

Radiofrequenzemission von Ultrastrahlungselektronen

Von H. SIEDENTOPF und G. ELWERT

Aus dem Astronomischen Institut der Universität Tübingen

(Z. Naturforsch. 8a, 20–23 [1953]; eingegangen am 3. September 1952)

Im Anschluß an die Schwingersche Theorie der Ausstrahlung relativistischer Elektronen auf Larmor-Kreisen wird untersucht, wie groß die Strahlungsintensitäten im Radiofrequenzgebiet sind, die von Ultrastrahlungselektronen in interstellaren Magnetfeldern hervorgerufen werden können. Mögliche spektrale Intensitätsverteilungen in Abhängigkeit von der Elektronenenergie werden diskutiert. Die Untersuchung führt zu einer oberen Grenze der Dichte einer Elektronenkomponente der Ultrastrahlung.

Nach Beobachtungen am Synchrotron in Schenectady senden Elektronen von etwa 40 bis 60 MeV auf ihrer Kreisbahn im Magnetfeld sichtbare Strahlung aus. Elder, Langmuir und Pollack¹ haben die spektrale Intensitätsverteilung dieser Strahlung aufgenommen und mit der von Schwinger² elektrodynamisch berechneten verglichen. Dabei ergab sich gute Übereinstimmung. Nun liegen die Elektronenenergien bereits nahezu im Energiebereich der Ultrastrahlungsteilchen. Wenn auch nur wenige Beobachtungen vorliegen, die auf eine Elektronenkomponente der primären kosmischen Strahlung schließen lassen³, so kann man doch erwarten, daß der Beschleunigungsmechanismus der Ultrastrahlung nicht nur positive, sondern auch negative Teilchen hoher Energie liefert. In einem interstellaren Magnetfeld werden diese ebenfalls Kreisbahnen beschreiben, jedoch mit sehr viel größeren Radien als im Synchrotron, da die Stärke des interstellaren Feldes nach Abschätzungen von Schlüter und Biermann⁴ nur etwa 10^{-6} Gauß beträgt. Infolgedessen ist die ausgesandte Strahlung wesentlich langwelliger; sie liegt im Bereich der Radiofrequenzen.

Ein Zusammenhang zwischen Ultrastrahlung und kosmischer Radiostrahlung ist schon von mehreren Autoren vermutet worden. Ryle⁵ schloß aus der beobachteten Rauschintensität auf eine Temperatur der emittierenden Quellen von etwa 10^{14} Grad, die einer mittleren Elektronenenergie von 10^{10} eV entspricht. Unsöld⁶ wies auf einen vermutlichen Zu-

sammenhang zwischen galaktischer Ultrastrahlung und der Radiofrequenzemission von Sternen hoher Aktivität hin. Die Ausstrahlung von Ultrastrahlungselektronen im stellaren Magnetfeld wurde von Alfvén und Herolfson⁷, im interstellaren Magnetfeld von Kiepenheuer⁸ betrachtet. Die Abschätzungen dieser Autoren gehen von verschiedenen theoretischen Grundlagen aus. Daher scheint eine quantitative Untersuchung unter konsequenter Anwendung der Schwingerschen Theorie angezeigt. Sie soll die Frage klären, welcher Energiebereich von Ultrastrahlungselektronen zur Deutung der beobachteten galaktischen Rauschintensität erforderlich ist, wie groß die Elektronenzahl je cm^3 in diesem Bereich sein müßte und welche spektrale Intensitätsverteilungen durch die Ausstrahlung der Elektronen auf den Larmor-Kreisen herauskommen können.

Ein Elektron mit einer Energie $E \gg mc^2$, das sich in einem konstanten Magnetfeld der Feldstärke H bewegt, beschreibt einen Kreis vom Radius

$$R = \frac{E}{eH}. \quad (1)$$

Die gesamte in einer Sekunde ausgestrahlte Energie ist nach Schwinger² gegeben durch

$$P = \frac{2}{3} \omega_0 \frac{e^2}{R} \left(\frac{E}{mc^2} \right)^4, \quad (2)$$

wobei

$$\omega_0 = \frac{c}{R} \quad (3)$$

¹ F. R. Elder, R. V. Langmuir u. H. C. Pollack, Physic. Rev. **74**, 52 [1948].

² J. Schwinger, Physic. Rev. **75**, 1912 [1949].

³ Vgl. z. B. R. J. Hulsizer, Physic. Rev. **76**, 164 [1949]. B. Rossi, Rev. mod. Physics **21**, 104 [1949].

⁴ A. Schlüter u. L. Biermann, Z. Naturforschg. **5a**, 237 [1950]; Physic. Rev. **82**, 863 [1951].

⁵ M. Ryle, Proc. physic. Soc. Ser. A **62**, 491 [1949].

⁶ A. Unsöld, Z. Astrophysik **26**, 176 [1949]; Physic. Rev. **82**, 857 [1951].

⁷ H. Alfvén u. N. Herolfson, Physic. Rev. **78**, 616 [1950].

⁸ K. O. Kiepenheuer, Physic. Rev. **79**, 738 [1950].



die Larmor-Frequenz ist. Damit erhält man für die sekundlich ausgestrahlte Energie

$$P = \frac{2}{3} r_0^2 c H^2 \left(\frac{E}{m c^2} \right)^2. \quad (4)$$

Hierin bedeutet $r_0 = e^2/mc^2$ den klassischen Elektronenradius.

Das Emissionsspektrum ist ein diskretes Spektrum und besteht aus Frequenzen, die Vielfache der Kreisfrequenz ω_0 sind. Bei hohen Frequenzen $\omega \gg \omega_0$ kann es durch ein Kontinuum ersetzt werden. Für die Ausstrahlung in das Frequenzintervall $\Delta\omega$ erhält man dann nach Schwinger

$$P(\omega) \Delta\omega = \frac{3^{3/2}}{4\pi} \frac{e^2}{R} \left(\frac{E}{m c^2} \right)^4 \frac{\omega_0 \omega}{\omega_c^2} \int_{\omega/\omega_c}^{\infty} K_{5/3}(\eta) d\eta \Delta\omega. \quad (5)$$

Hierin ist $K_{5/3}$ eine Zylinderfunktion⁹ und

$$\omega_c = \frac{3}{2} \omega_0 \left(\frac{E}{m c^2} \right)^3 \quad (5a)$$

$$\text{für } \omega \ll \omega_c: P(\omega) = \frac{3^{1/6}}{\pi} \left(\frac{3}{2} \right)^{1/3} \Gamma\left(\frac{2}{3}\right) \frac{e^3 H}{m c^2} \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{1/3} \left[1 - \frac{\Gamma(2/3)}{2} \left(\frac{\omega}{2\omega_c} \right)^{1/3} + \dots \right]. \quad (7')$$

Für die Ausstrahlung im Frequenzbereich 1 Hz ergibt sich bei einer magnetischen Feldstärke von 10^{-6} Gauß bei Einführung der Frequenz $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ nach Einsetzen der Zahlwerte:

$$\text{für } \omega \gg \omega_c: P^*(\nu) = 3 \cdot 10^{-28} \left(\frac{\nu}{\nu_c} \right)^{1/2} e^{-\nu/\nu_c} \left[1 + 0,8 \frac{\nu_c}{\nu} + \dots \right], \quad (6'')$$

$$\text{für } \omega \ll \omega_c: P^*(\nu) = 5 \cdot 10^{-28} \left(\frac{\nu}{\nu_c} \right)^{1/3} \left[1 - 0,5 \left(\frac{\nu}{\nu_c} \right)^{1/3} + \dots \right]. \quad (7'')$$

E [eV]	R [cm]	ν_0 [Hz]	ν_c [Hz]	P_a [eV/a]	t^* [a]
10^8	$3 \cdot 10^{11}$	$1,4 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^5$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{10}$
$2 \cdot 10^8$	$7 \cdot 10^{11}$	$7 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{10}$
$5 \cdot 10^8$	$1,7 \cdot 10^{12}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^6$	$3 \cdot 10^{-2}$	10^{10}
10^9	$3 \cdot 10^{12}$	$1,4 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^7$	0,12	$4 \cdot 10^9$
$2 \cdot 10^9$	$7 \cdot 10^{12}$	$7 \cdot 10^{-4}$	$8 \cdot 10^7$	0,5	$2 \cdot 10^9$
$5 \cdot 10^9$	$1,7 \cdot 10^{13}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^8$	3	10^9
10^{10}	$7 \cdot 10^{13}$	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^9$	12	$4 \cdot 10^8$

Tab. 1

die „kritische Frequenz“. Für $\omega \ll \omega_c$ steigt die emittierte Energie mit zunehmender Frequenz langsam an, für $\omega \gg \omega_c$ fällt sie rasch ab. In diesen beiden Bereichen gelten die Darstellungen:

$$\text{für } \omega \gg \omega_c: P(\omega) = \frac{3}{4} \left(\frac{3}{2\pi} \right)^{1/2} \frac{e^2}{R} \left(\frac{E}{m c^2} \right)^4 \frac{\omega_0}{\omega_c} \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{1/2} e^{-\omega/\omega_c} \left[1 + \frac{55}{72} \frac{\omega_c}{\omega} + \dots \right], \quad (6)$$

$$\text{für } \omega \ll \omega_c: P(\omega) = \frac{3^{1/6}}{\pi} \Gamma\left(\frac{2}{3}\right) \frac{e^2}{R} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^{1/3} \left[1 - \frac{\Gamma(2/3)}{2} \left(\frac{\omega}{2\omega_c} \right)^{1/3} + \dots \right]. \quad (7)$$

Unter Verwendung der Beziehungen (1) und (5a) erhält man

$$\text{für } \omega \gg \omega_c: P(\omega) = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2\pi} \right)^{1/2} \frac{e^3 H}{m c^2} \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^{1/2} e^{-\omega/\omega_c} \left[1 + \frac{55}{72} \frac{\omega_c}{\omega} + \dots \right], \quad (6')$$

⁹Vgl. z. B. W. Magnus u. F. Oberhettinger, Formeln und Sätze für die speziellen Funktionen der mathematischen Physik, Springer, Berlin 1943.

In Tab. 1 sind der Radius des Larmor-Kreises, die Larmor-Frequenz und die kritische Frequenz für verschiedene Energien E angegeben sowie die Gesamtstrahlung P_a in eV/Jahr und die daraus folgende Zeit t^* , in der etwa die Hälfte der Gesamtenergie ausgestrahlt sein würde.

Die letzte Spalte der Tab. 1 zeigt, daß die Bewegung in den Larmor-Kreisen infolge der Ausstrahlung nur bei Elektronenenergien oberhalb von 10^9 eV während des Weltalters merklich abklingt. Es entsteht nun die Frage, ob die Lebensdauer der Ultrastrahlungselektronen nicht durch andere Prozesse so stark herabgesetzt wird, daß die Ausstrahlung sich wesentlich verkleinert. Dazu ist die Wechselwirkung der Elektronen mit der interstellaren Materie und mit dem Strahlungsfeld der Sterne zu betrachten. Bei der Wechselwirkung mit Materie überwiegt bekanntlich für hohe Energien der Energieverlust durch Ausstrahlung im Coulomb-Feld der Atomkerne gegenüber dem Ionisationsverlust. Der Wirkungsquerschnitt für den ersten Prozeß ist nach

der Bethe-Heitlerschen Formel¹⁰ von der Größenordnung $\alpha Z^2 r_0^2$, wobei α die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante und Z die Kernladung sind. Mit einer Protonendichte von 1 cm^{-3} erhält man somit eine freie Weglänge von der Größenordnung 10^{26} cm , die einer Lebensdauer entspricht, welche eine Größenordnung kleiner ist als das Weltalter.

Auch der Energieverlust durch Compton-Streuung der von den Sternen emittierten Lichtquanten ist von gleicher Größenordnung. Nach Feenberg und Primakoff¹¹ erleidet ein Elektron der Energie $E \gg mc^2$ in einem isotropen Strahlungsfeld, das n Lichtquanten der Energie ε je cm^3 enthält, auf dem Wege ds einen Energieverlust dE , der auf Grund der Klein-Nishina-Formel gegeben ist durch

$$-\frac{dE}{ds} \approx \frac{8\pi}{3} r_0^2 E \int_0^\infty 4 \frac{u}{u_c} n(u) kT du. \quad (8)$$

Hierin ist $u = \varepsilon/kT$ und

$$u_c = \frac{(mc^2)^2}{E kT}. \quad (9)$$

Dabei ist T die effektive Temperatur, die für alle Sterne einheitlich gleich der Oberflächentemperatur der Sonne gesetzt wird. Die genannte Formel gilt unter der Bedingung $u_c \gg 1$. Zahlenmäßig besagt diese Voraussetzung, daß die Elektronenenergie unterhalb von etwa $5 \cdot 10^{11} \text{ eV}$ liegen muß, wie es bei den hier interessierenden Energien der Fall ist. Die Formel lautet in übersichtlicherer Weise geschrieben:

$$-\frac{dE}{ds} \approx \frac{8\pi}{3} r_0^2 \cdot 4 \left(\frac{E}{mc^2} \right)^2 \int_0^\infty n \varepsilon d\varepsilon. \quad (10)$$

Das Integral über die Photonenenergie kann abgeschätzt werden, indem man für ε einen mittleren Wert $\bar{\varepsilon}$ verwendet, der sich zu etwa $2,7 kT = 1,35 \text{ eV}$ ergibt. Geht man zum Energieverlust je Sekunde über, so entsteht

$$-\frac{dE}{dt} \approx \frac{8\pi}{3} r_0^2 c \cdot 4 \left(\frac{E}{mc^2} \right)^2 n \bar{\varepsilon} = 4,2 \cdot 10^{-25} E_{\text{eV}}^2 n [\text{eV sec}^{-1}]. \quad (11)$$

Mit einer Photonendichte von $n = 3 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-3}$ erhält man die in der folgenden Tab. 2 angegebenen Energieänderungen. In ihr sind außerdem größenordnungsmäßig die Zeiten $T = E/(dE/dt)$ angegeben, in denen die Bewegung der Elektronen infolge der Compton-Streuung abklingt.

¹⁰ Vgl. z. B. A. Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien, II, Vieweg, Braunschweig 1939; oder W. Heitler, Quantum Theorie of Radiation, Oxford 1949.

$E [\text{eV}]$	$5 \cdot 10^8$	10^9	$5 \cdot 10^9$	10^{10}	$5 \cdot 10^{10}$
$\frac{dE}{dt} [\text{eV/sec}]$	$3 \cdot 10^{-9}$	10^{-8}	$3 \cdot 10^{-7}$	10^{-6}	$3 \cdot 10^{-5}$
$T [\text{sec}]$	$2 \cdot 10^{17}$	10^{17}	$2 \cdot 10^{16}$	10^{16}	10^{15}

Tab. 2.

Da also die Wechselwirkung von Ultrastrahlungselektronen mit Energien kleiner als $5 \cdot 10^9 \text{ eV}$ mit der Materie und der Strahlung im Sternsystem erst in Zeiträumen der Größenordnung 10^9 Jahre merklich wird, läßt sich die Ausstrahlung auf den Larmor-Kreisen nach den Schwingerschen Formeln berechnen.

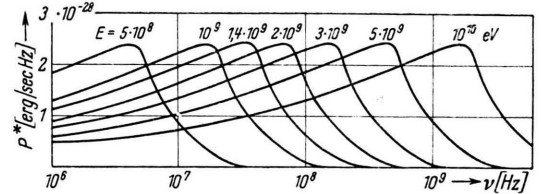


Abb. 1. Spektralkurven P^* der Emission eines Elektrons. Abszisse: Frequenz in Hz; Ordinate: Emittierte Energie in erg/sec Hz; Parameter: Elektronenenergie E in eV.

In Abb. 1 sind Spektralkurven $P^*(\nu)$ für verschiedene Elektronenenergien E dargestellt, die sich nach (6'') und (7'') ergeben. Da P nur vom Quotienten ν/r_c abhängt, erhält man bei logarithmischer Frequenzskala kongruente Kurven, die längs der Abszisse verschoben sind. Wenn $n_e(E)$ Elektronen im Energieintervall dE vorhanden sind, wird die gesamte von 1 cm^3 in das Frequenzintervall 1 Hz ausgestrahlte Energie

$$I(\nu) = \int n_e(E) P^*(\nu) dE. \quad (12)$$

Auf 1 cm^2 im Abstand r trifft somit senkrecht zur Ausbreitungsrichtung in einer Sekunde die Energie $I(\nu)/4\pi r^2$; von einer Kugelschale der Dicke dr wird aus dem Raumwinkel 1 die Intensität $I(\nu)dr/4\pi$ zugestrahlt. Bei konstanter Elektronendichte innerhalb einer Kugel vom Radius R_0 und konstantem Betrag des Magnetfeldes ergibt sich folglich als Intensität je Frequenzintervall 1 Hz

$$I = \frac{R_0}{4\pi} \int n_e(E) P^* dE. \quad (13)$$

Drückt man die je sec empfangene Energie in Watt aus und geht zu einer Empfangsfläche von 1 m^2 und

¹¹ F. Feenberg u. A. Primakoff, Physic. Rev. **73**, 447 [1948].

einem Raumwinkel von 1 Quadratgrad über, so erhält man

$$I = 2,5 \cdot 10^{-8} R_0 \int n_e(E) P^* dE \text{ [Watt/m}^2 \square^0 \text{Hz]}. \quad (14)$$

Die Schichtdicke R_0 werde entsprechend dem galaktischen Radius zu $3 \cdot 10^{22}$ cm gesetzt. Unterhalb einer Frequenz von $4 \cdot 10^7$ Hz, die einer Wellenlänge von etwa 8 m entspricht, nimmt nun die beobachtete Intensität ab. Elektronen kleinerer Energie als etwa $E_0 = 1,4 \cdot 10^9$ eV dürften also bei einer Feldstärke von 10^{-6} Gauß nicht mit merklicher Häufigkeit vorkommen. Auch nach der Seite großer Energien hin muß die Elektronenhäufigkeit abnehmen, da die Rauschintensität I_B auch oberhalb der genannten Frequenz abnimmt. Bei einem Abfall der Elektronenhäufigkeit mit $1/E$ erhält man für $E/10^9 = 1,4; 2; 3; 5$ und 10 die in Abb. 2 gezeichneten Kur-

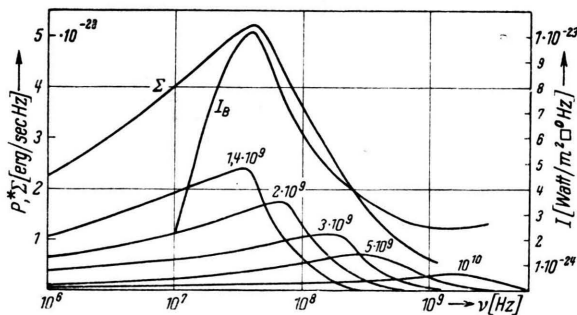


Abb. 2. $[n_e(E)/n_e(E_0)] P^*$ für 5 Elektronenenergien, Summenkurve Σ und beobachtete Intensität I_B . Abszisse: wie Abb. 1; Ordinate: linke Skala für $[n_e(E)/n_e(E_0)] P^*$ und Σ , emittierte Energie in erg/sec Hz; rechte Skala für I_B , empfangene Energie in Watt/cm² □⁰ Hz.

ven für $[n_e(E)/n_e(E_0)] P^*$. Durch ihre Summation ergibt sich die Kurve Σ . Sie sollte bis auf einen konstanten Faktor die beobachtete Intensität I_B wiedergeben. Diese wurde auf Grund einer von Piddington¹² gegebenen Zusammenstellung bisheriger Messungen in Abb. 2 für das galaktische Zentrum eingezeichnet. In der Richtung zum Antizentrum ergibt sich oberhalb 30 MHz ein ähnlicher Verlauf mit einer etwa um den Faktor 0,14 kleineren Intensität. Im Mittel über die ganze Milchstraßenebene ist die Intensität bei 100 MHz etwa

0,25-mal kleiner als im Zentrum. Stellt man nach (14) die Übereinstimmung für diese Frequenz her, indem man in

$$I = 8 \cdot 10^{14} n_e(E_0) \int \frac{n_e(E)}{n_e(E_0)} P^* dE \quad (14')$$

für I den Mittelwert $1,5 \cdot 10^{-24}$ Watt/m² □⁰ Hz und für das durch Summation der 5 Kurven approximierte Integral den Wert $3,5 \cdot 10^{-28}$ einsetzt, so erhält man $n_e(E_0) = 5 \cdot 10^{-12}$ cm⁻³. Geht man zur Gesamtzahl der Elektronen mit Energien $\geq E_0$ über, so folgt $n_{e\text{ges}} = 1,5 \cdot 10^{-11}$ cm⁻³.

Andererseits beträgt die aus Untersuchungen der Ultrastrahlung in großer Höhe¹³ erschlossene räumliche Dichte der Ultrastrahlungspartikel (Protonen und Kerne schwererer Elemente) für Energien oberhalb $Mc^2 \approx 10^9$ eV ungefähr 10^{-10} cm⁻³. Die mit der beobachteten Radiostrahlung verträgliche obere Grenze der Ultrastrahlungselektronen liegt also um etwa eine Zehnerpotenz unterhalb der Zahl der Nukleonen. Eine um den Faktor 3 größere Feldstärke im interstellaren Raum, die nach den Abschätzungen von Biermann und Schlüter⁴ noch durchaus möglich erscheint, würde etwas kleinere Energien und kleinere Anzahlen der Ultrastrahlungselektronen erforderlich machen. Eine Streuung in der Stärke der Magnetfelder ergibt eine Verflachung der Σ -Kurve, die auf der Seite hoher Frequenzen durch einen steileren Abfall der Elektronenhäufigkeit mit wachsender Energie ausgeglichen werden könnte, während sich auf der Seite der kleineren Frequenzen die Übereinstimmung mit der beobachteten Kurve verschlechtert. Allerdings ist zu bedenken, daß infolge der Absorptionwirkung der Ionosphäre die Beobachtungen der galaktischen Strahlung bei Frequenzen unter 30 MHz nicht sehr zuverlässig sind.

Wir sehen den Sinn der vorstehenden Abschätzungen weniger darin, eine neue Möglichkeit für den Ursprung des galaktischen Rauschens zu suchen, sondern eher darin, aus der beobachteten Rauschintensität eine obere Grenze für die räumliche Dichte möglicherweise vorhandener Ultrastrahlungselektronen in der Milchstraße anzugeben. Das Ergebnis, daß deren Zahl wesentlich kleiner sein muß als die bekannte Zahl der positiv geladenen Ultrastrahlungspartikel, steht im Einklang mit den bisher vorliegenden Kenntnissen.

¹² J. H. Piddington, Monthly Not. Roy. Astronom. Soc. III, 45 [1951].

¹³ Vgl. z. B. M. F. Kaplon, B. Peters, H. L. Reynolds u. D. M. Ritson, Physic. Rev. 85, 295 [1952].